

Nome ..... Cognome.....

ESAME di GEOMETRIA - 17.01.2023 -

Scrivere le risposte nelle apposite parentesi. Giustificare in modo chiaro e sintetico ogni risposta. Non verranno valutate le risposte prive di giustificazione.

1) Determinare parte reale e parte immaginaria del numero complesso  $z = (-1 + i)^{45}$ .  
[ ]

2) Determinare un polinomio  $P(x)$  a coefficienti reali che abbia  $1 + 2i$  come radice e tale che  $P(1) = 4$ .  
[ ]

3) Studiare, al variare di  $\lambda \in \mathbb{R}$  il sistema lineare  $\begin{pmatrix} -1 & -\lambda \\ 2 & \lambda + 1 \\ 1 & 2\lambda + 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \lambda + 1 \\ 0 \\ \lambda + 1 \end{pmatrix}$ .  
[ ]

4) Sia data la conica  $C : x^2 + 2xy + 4y^2 - 4 = 0$ . Dire che tipo di conica e'  $C$  e trovarne una forma canonica.  
[ ]

5) Trovare la distanza del punto  $(1,2,0)$  dalla retta  $x + 1 = y - 2z = 0$  [ ]

Sia data la matrice  $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ .

6) Dire se la matrice  $A$  e' diagonalizzabile e, se lo e', trovare una matrice diagonale simile ad  $A$ .  
[ ]

7) Determinare l'inversa di  $A$ .  
[ ]

8) Sia  $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$  una trasformazione lineare tale che  $f(1, 0, 0) = (0, 1, -1)$ ,  $f(0, 3, 0) = (0, -2, 2)$ ,  $f(0, 1, 1) = (1, 1, 1)$ . Trovare  $f(1, 1, 2)$ . [ ]

9) Sia  $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$  la trasformazione lineare dell'esercizio 8). Dire se  $f$  e' iniettiva e trovare equazioni per il nucleo di  $f$ . [ ]

10) Enunciare il teorema fondamentale dell'Algebra.  
[ ]